

**Iedere**

**SUDOKU**

**oplossen**

Marten Beck

Auteur: Marten Beck  
Omslagontwerp: Marten Beck  
Uitgegeven via: mijnbestseller.nl  
© 2023 M.J.W. Beck  
Versie: 2

Volledig herziene versie en grotendeels herschreven met exact dezelfde sudoku's als in versie 1.

ISBN: 9789403724690

*Alle gepresenteerde sudoku's in deze uitgave mogen gekopieerd worden om te worden gebruikt als oefenmateriaal.*

Van dezelfde auteur:

ZO los je sudoku's op  
Sudoku Oefeningen Deel 1  
Sudoku Oefeningen Deel 2

## Inhoudsopgave

Voor wie is dit boek geschikt? .....	5
In vogelvlucht: wat is een sudoku? .....	5
Herhalingen .....	6
Aanduidingen .....	7
Wat kun je verwachten? .....	7
Het noteren van kandidaten.....	12
Oplosstrategieën .....	12
Sudoku 1.....	14
Een alternatieve aanpak .....	18
Sudoku 2.....	19
Kenmerken en patronen .....	25
X-Wing .....	25
Zwaardvis (Swordfish) .....	25
Wolkenkrabber (Skyscraper).....	25
Vlieger (2-String Kite) .....	30
Leeg Vierkant (Empty Rectangle).....	31
Paar .....	31
Uniek Rechthoek (Unique Rectangle) .....	32
Twee kandidaten + 1 (Bivalue Universal Grave + 1 of BUG+1).....	33
W-Wing .....	33
Verborgen rechthoek (Hidden Rectangle) .....	34
Remote Pair.....	34
Trio.....	35
XY-Wing (gebogen trio).....	36
XYZ-Wing .....	37
Sudoku 3.....	38
Sudoku 4.....	44
Sudoku 5.....	47
Sudoku 6.....	50
Sudoku 7.....	54
Sudoku 8.....	57
Sudoku 9.....	61
Sudoku 10 .....	65
Te moeilijke sudoku? .....	68
Oefeningen.....	71
Uitwerkingen van de oefeningen .....	72
Sudokuprogramma's .....	100
De moeilijkheidsgraad van sudoku's .....	101
Afsluiting .....	102
Bijlage 1: De sudoku's van de oefeningen.....	103
Bijlage 2: Oplossingen van alle sudoku's .....	107

Hieronder staat een voorbeeld van een sudoku en de oplossing:

1								6
		6		2		7		
7	8	9	4	5		1		3
			8		7			4
				3				
	9				4	2		1
3	1	2	9	7			4	
	4			1	2		7	8
9		8						

1	2	3	7	8	9	4	5	6
4	5	6	1	2	3	7	8	9
7	8	9	4	5	6	1	2	3
2	3	1	8	9	7	5	6	4
5	6	4	2	3	1	8	9	7
8	9	7	5	6	4	2	3	1
3	1	2	9	7	8	6	4	5
6	4	5	3	1	2	9	7	8
9	7	8	6	4	5	3	1	2

Zoals uit de oplossing blijkt, moeten in iedere rij, kolom en 3x3-vierkant de cijfers 1 t/m 9 komen te staan (en dat mogen ook andere symbolen of zelfs kleuren zijn). De kunst is om door logisch nadenken de lege vakjes in de sudoku in te vullen. Wiskundige kennis is niet nodig.

De meeste sudoku's zijn symmetrisch, maar dat is niet per se nodig. Sudoku's worden meestal door computerprogramma's gegenereerd en dan is het een kleine moeite om ze symmetrisch te krijgen. Vaak staan er dan wel meer gegeven cijfers dan per se nodig is.

De moeilijkheid van een sudoku hangt niet zonder meer af van de hoeveelheid gegeven cijfers. Om een eenduidige oplossing te hebben, moeten minstens 17 cijfers gegeven worden. Een niet-eenduidige sudoku (dus met meerdere oplossingen) wordt niet als een echte sudoku beschouwd, omdat je deze niet kunt oplossen door uitsluitend logisch te redeneren.

Sudoku's oplossen is goed voor de hersenen en het IQ. Dit blijkt uit diverse studies, onder andere die van de Ierse neurowetenschapper dr. Ian Robertson.

## Herhalingen

In deze handleiding zul je veel herhalingen tegenkomen. De kracht van het leren zit namelijk in de herhaling.

Er worden voorbeeldsudoku's stap voor stap doorgenomen. Het zijn keer op keer dezelfde strategieën die je toepast. Door ze steeds te herhalen, slijten ze er vanzelf in en is je vermogen om sudoku's op te lossen na het doornemen van deze handleiding flink toegenomen.

## Aanduidingen

In een sudoku wordt gebruik gemaakt van rijen, kolommen en vierkanten van 9 vakjes (3×3). De rijen worden van boven naar beneden aangeduid met r1, r2, r3 etc. De kolommen worden van links naar rechts aangeduid met k1, k2, k3 etc.

De aanduiding van een vakje gaat via rij en kolom in een korte notatie. Zo betekent bijvoorbeeld r3k6 een vakje in de derde rij en zesde kolom. Een vakje in de zevende kolom en negende rij wordt aangegeven met r9k7. Dus altijd eerst het rijnummer en dan het kolomnummer.

De 3×3-vierkanten worden in deze handleiding aangegeven met v1 (links-boven) tot en met v9 (rechtsonder).

In de sudoku hiernaast wordt het uitgebeeld.

Met de hierboven beschreven aanduidingen worden in deze handleiding ruim 10 sudoku's doorgenomen en volgen er 20 oefeningen met uitwerkingen. Het is het meest leerzaam als je zelf meeschrijft in een geprinte sudoku. Je kunt deze sudoku's vinden op [sudoku.jouwweb.nl](http://sudoku.jouwweb.nl), of je maakt de sudoku's zelf op een leeg sudokuveld.

r1									
r2	v1			v2			v3		
r3									
r4									
r5	v4			v5			v6		
r6									
r7									
r8	v7			v8			v9		
r9									
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

## Wat kun je verwachten?

Stel je komt in een krant, tijdschrift of sudokuboekje de sudoku tegen die je hiernaast ziet.

Als je al vaker sudoku's hebt opgelost, weet je wat er moet gebeuren. Je zou deze sudoku kunnen overnemen op een leeg sudokuveld (deze sudoku is de enige sudoku die niet op [sudoku.jouwweb.nl](http://sudoku.jouwweb.nl) staat) en gaan proberen tot hoever je deze sudoku kunt invullen. De tekst hieronder kun je dan snel doornemen.

r1			9		4				
r2	8			6			9	1	
r3			5				4	6	
r4		7				4	5		
r5				1	3	8			
r6			3	7				2	
r7	4	8					2		
r8		5	7			3		1	
r9					7		6		
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Als het oplossen van een sudoku voor jou nog vrij onbekend terrein is, kun je hieronder alvast kennismaken met enkele basistechnieken.

In v8 vind je ook dubbele kandidaten voor de 1: in r7k4 en r7k5. Ze staan in elkaars verlengde en zijn daarmee ‘locked candidates’. Ze sluiten namelijk 1-en uit in r7k7 en r7k8. In de figuur hiernaast is dat met X aangegeven. De figuur laat alleen het onderste gedeelte van de sudoku zien.

r7			4	<sup>1</sup>	<sup>1</sup>	2	X	X	5
r8			6	4	5	8			9
r9	5	1		7					6
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Interessant wordt het als we voor de 6 ook dubbele kandidaten gaan noteren in v8: r7k4 en r7k5 (zie 6 in r9k9). Precies dezelfde vakjes als voor de dubbele kandidaten voor de 1. We hebben te maken met een paar van 1 en 6. Dat betekent dat in r9k5 en r9k6 een paar moet staan van 3 en 9. De vraag is natuurlijk wat ons dat oplevert.

r7			4	<sup>16</sup>	<sup>16</sup>	2			5
r8			6	4	5	8			9
r9	5	1		7	<sup>39</sup>	<sup>39</sup>			6
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Het paar van 3 en 9 in rij 9 zorgt ervoor dat in de overige vakjes van rij 9 geen 3 en 9 kunnen staan. Voor de resterende drie vakjes blijven de cijfers 2, 4 en 8 over. Helaas kunnen we geen oplossing invullen, want in elk vakje blijven nog twee kandidaten over. De moeilijkheid in deze sudoku is dat je verder moeten kijken. Dat wil zeggen dat je de mogelijke posities van de 3 en 9 in de aangrenzende vierkanten v7 en v9 moet onderzoeken. Alleen in v7 levert dat iets op zoals is aangegeven in de sudoku hiernaast. Omdat in r9k3 geen 3 en 9 meer kunnen staan (aangegeven met X) blijven in v7 alleen de vakjes over waarin de 3 en 9 cursief vermeld zijn. Dit betekent: r7k3=9 en r8k3=3. Het is gebruikelijk om dan meteen de impact hiervan te onderzoeken. Kun je in andere vierkanten ook een 3 of een 9 invullen? Dat lukt helaas niet. Vervolgens kun je kijken naar de kandidaten die uit r7k3 en r8k3 verdreven zijn. Het gaat om de resterende 2, 7 en 8. We kunnen echter geen oplossingen vinden. Tot slot kijken we naar de resterende cijfers in rij 8: 1, 2 en 7. Het is mogelijk om met behulp van ‘locked candidates’ een oplossing te vinden. Kun jij de oplossing vinden?

r1						7		5	4
r2	9		5	2		4	8		3
r3	4			5			6		2
r4	6				7	5		2	1
r5	1		7				5		8
r6	3	5							7
r7		<sup>39</sup>	4			2			5
r8		<sup>3</sup>	6	4	5	8			9
r9	5	1	X	7	<sup>39</sup>	<sup>39</sup>			6
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

r1	<b>1</b>	<b>2</b>		<b>3</b>	<b>7</b>	<sup>4</sup>	<b>6</b>		<b>5</b>
r2	<sup>7</sup>	<b>3</b>	<b>5</b>	<sup>2</sup>	<sup>6 8.</sup>	<sup>2</sup>		<sup>7</sup>	<b>4</b>
r3	<sup>7</sup>		<b>9</b>	<sup>4</sup>	<sup>6 8.</sup>	<b>5</b>	<b>3</b>	<sup>7</sup>	<b>2</b>
r4	<sup>4</sup>	<sup>4</sup>	<b>2</b>	<sup>6</sup>	<b>1</b>	<b>3</b>	<sup>5</sup>		<b>7</b>
r5		<b>7</b>		<sup>2 6</sup>	<b>4</b>	<sup>2</sup>	<sup>1 5</sup>	<b>3</b>	<sup>1 8</sup>
r6		<b>1</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>5</b>		<b>4</b>	<b>2</b>	<sup>8</sup>
r7	<b>3</b>		<sup>7</sup>	<b>5</b>	<b>2</b>	<sup>4 7</sup>	<b>8</b>		
r8	<sup>5</sup>	<sup>5</sup>	<sup>7</sup>		<b>3</b>	<sup>7</sup>	<b>2</b>	<b>4</b>	
r9	<b>2</b>		<b>1</b>	<sup>4</sup>	<b>9</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>3</b>
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Er is een belangrijk verschil tussen de twee kandidaten in bijvoorbeeld r2k5 en r5k4. In r2k5 zijn 6 en 8 de enige twee mogelijke kandidaten. Het gaat hier om *duokandidaten*. In r5k4 staan twee kandidaten die behoren tot verschillende dubbele kandidaten. In r5k4 staan nog meer kandidaten (namelijk 8 en 9), maar die worden niet genoteerd. Om het onderscheid duidelijk te maken worden in deze handleiding de duokandidaten gemarkeerd met een punt erachter.

We hebben via de dubbele kandidaten een paar van 6 en 8 gevonden in v2. Hoe helpt dit paar ons verder? Het is belangrijk om te beseffen dat er door het paar van 6 en 8 in alle overige vakjes van v2 geen 6 en 8 meer kunnen staan. Dat kan een uitwerking hebben in rij 2, rij 3, kolom 4 en kolom 6. We onderzoeken daartoe alle kandidaten in de betreffende vakjes. Je hoeft ze niet per se in de vakjes te schrijven, maar voor de uitleg wordt dat wel gedaan. De toegevoegde kandidaten worden, ter onderscheid van de dubbele kandidaten, niet cursief gedrukt. Het is een goede oefening om zelf uit te zoeken om welke kandidaten het gaat. Het resultaat staat in de grote sudoku op de volgende pagina.

In de figuur hiernaast staat een voorbeeld van manier 1 en 2 uit het bovenste gedeelte van een sudoku. Het paar van 8 en 9 vind je gewoon door de dubbele kandidaten voor de 8 en de 9 te noteren (manier 1).

r1	8	9	<sup>47</sup>	1	<sup>47</sup>	3			
r2		1					<sup>89</sup>	3	4
r3		3	5				1	7	<sup>89</sup>
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Het paar van 4 en 7 vind je door je af te vragen waar de 4 en 7 uit v3 geplaatst moeten worden in rij 1. Dat kan alleen in r1k3 en r1k5.

In de sudoku hiernaast meer voorbeelden. Het paar van 3 en 7 in v8 vind je uit de dubbele kandidaten. Het paar van 1 en 2 in rij 8 openbaart zich dan vanzelf. Daar hoeft je geen moeite meer voor te doen. Hetzelfde geldt voor de paren van 1 en 2 in kolom 4 en kolom 7. Het gaat om de enige twee lege vakjes in die kolommen. Het paar van 1 en 9 in kolom 6 volgt uit het noteren van duokandidaten (manier 3).

r1		9		5		8	4	7	
r2		8	5	<sup>12</sup>		4	<sup>12</sup>		9
r3	4	1		9		<sup>37</sup>	5		8
r4	3	6	4	7		<sup>19</sup>	<sup>12</sup>		5
r5		2	9	3	5	6	7		4
r6		5		4		2	3	9	6
r7	5	3		8		<sup>19</sup>	6	4	7
r8	9	4	6	<sup>12</sup>	<sup>37</sup>	<sup>37</sup>	8	5	<sup>12</sup>
r9				6	4	5	9		
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Interessant voor het oplossen van de sudoku is het paar van 1 en 2 dat ontstaat in rij 2. Want hier kun je in de overige vakjes de kandidaten 1 en 2 verwijderen.

### Uniek rechthoek (Unique Rectangle)

Twee kandidaten kunnen nooit als enige twee kandidaten in een rechthoek staan. De sudoku zou dan twee mogelijke oplossingen hebben en dat is niet toegestaan. Zie het voorbeeld hiernaast uit het bovenste gedeelte van een sudoku.

r1	4	6	9	3	5	<sup>27</sup>	8	<sup>27</sup>	1
r2					1	<sup>27</sup>		<sup>276</sup>	4
r3	7	1			6	4			
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

In drie vakjes van de rechthoek zijn de 2 en 7 vastgelegd. In het vierde vakje (r2k8) mogen geen 2 en 7 staan. Anders heeft de sudoku twee oplossingen. In dit geval komt er een 6 in r2k8 te staan. Dit kenmerk komt ook in variaties voor en wordt kortweg Uniqueness genoemd.

In dit geval komt er een 6 in r2k8 te staan. Dit kenmerk komt ook in variaties voor en wordt kortweg Uniqueness genoemd.

In het voorbeeld hiernaast voorkomen beide 3-en in r3k1 en r3k3 dat de sudoku twee mogelijke oplossingen heeft, vanwege de 4 en 8 in de rechthoek. Dat betekent dat de 3-en in r2k3 en r3k9 verwijderd kunnen worden. Als daar wel een 3 ingevuld wordt, verdwijnen de 3-en uit r3k1 en r3k3 en wordt de sudoku ongeldig.

r1	5	6	9	7		1			
r2	7		<sup>3</sup>			5		6	9
r3	<sup>483</sup>		<sup>483</sup>	6	9	2	5	7	<sup>3</sup>
r4	2	3	6	1	7	8	9	4	5
r5	9	5	1			3	6	8	7
r6	<sup>48</sup>	7	<sup>48</sup>	9	5	6	3	1	2
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9



Bij de 2-en kun je ook zo iets toepassen. Het staat in de sudoku hiernaast. We gaan weer uit van v5. Een 2 in r6k5 (lichtgrijs) betekent: r4k3=2. Dan géén 2 in r4k6, dus r7k6=2 → géén 2 in r8k4 → r8k7=2 → géén 2 in r9k9 → r9k2=2. Hiermee stopt de lichtgrijze reeks. Met een 2 in r4k6 (donkergrijs) gaat het als volgt: géén 2 in r7k6 → r8k4=2 → géén 2 in r8k7 → r9k9=2 èn r3k7=2. Hiermee stopt de donkergrijze reeks. Alle 2-en die door zowel een lichtgrijze als een donkergrijze 2 gezien worden, mogen verwijderd worden. Dat zijn de 2-en in r3k3 en r3k5 (kruis). Voor r3k5 betekent dat een kale 8.

r1			1		7	6	4		
r2		7	4	9		1	5		6
r3	3	6	X		X	4	<sup>2</sup>		
r4	6	4	<sup>2</sup>	7	9	<sup>2</sup>	1	5	8
r5	9	8		4	1	5	6	2	
r6	1			6	<sup>2</sup>	8		4	9
r7				1	6	<sup>2</sup>	8	7	4
r8	7	1	8	<sup>2</sup>	4	9	<sup>2</sup>	6	5
r9	4	<sup>2</sup>	6	8	5	7	9		<sup>2</sup>

k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 k9

Hoe komen we verder als we niet de W-Wing gevonden hebben? Niet met elimineren in ieder geval. We zullen een ander kenmerk moeten vinden als de W-Wing verborgen blijft. Dus we gaan proberen de sudoku op te lossen na r3k5=8. Je kunt hiervoor de grote sudoku op pagina 51 raadplegen. Probeer eens of je een voortgang kunt vinden.

Met de vele duokandidaten is het mogelijk een ‘gebogen trio’ (XY-Wing) te ontdekken (zelfs meerdere). Hiervoor is r3k5=8 niet eens nodig. Vaak is een gebogen trio gemakkelijker te vinden dan een W-Wing. In de sudoku’s hieronder staan twee gebogen trio’s uitgebeeld.

r1	X	X	1		7	6	4		<sup>23.</sup>
r2	<sup>28.</sup>	7	4	9		1	5	<sup>38.</sup>	6
r3	3	6			8	4			
r4	6	4		7	9		1	5	8
r5	9	8		4	1	5	6	2	
r6	1			6		8		4	9
r7				1	6		8	7	4
r8	7	1	8		4	9		6	5
r9	4		6	8	5	7	9		

k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 k9

r1			1		7	6	4		<sup>23.</sup>
r2		7	4	9		1	5		6
r3	3	6			8	4	<sup>27.</sup>		
r4	6	4		7	9		1	5	8
r5	9	8		4	1	5	6	2	X
r6	1			6		8	<sup>37.</sup>	4	9
r7				1	6		8	7	4
r8	7	1	8		4	9		6	5
r9	4		6	8	5	7	9		

k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 k9

Links verdwijnen kandidaten voor de 2 uit de vakjes r1k12. Als de 2 uit r3k3 al verwijderd was (zie hierboven) is de sudoku gekraakt na r2k1=2. Rechts kan er geen 3 meer staan in r5k9, zodat r5k9=7. Ook hiermee is de sudoku gekraakt. De oplossing staat in bijlage 2.

r1	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>8</b>	47.	47.	35.	35.	<b>6</b>
r2	<b>3</b>	46.	<b>5</b>	26.	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	48	8 2.
r3	<b>7</b>	<b>8</b>	46.	<b>3</b>	26.	<b>5</b>	4 2.	<b>1</b>	<b>9</b>
r4	<b>5</b>	<b>7</b>			48	4			<b>1</b>
r5	<b>8</b>	26	39. 16	26. 5	5			<b>7</b>	<b>4</b>
r6	<b>4</b>	2	1		8			<b>6</b>	<b>5</b>
r7	<b>6</b>	<b>5</b>	37.	<b>4</b>		<b>2</b>	18.	<b>9</b>	78.
r8	12. 3	3 4.	<b>8</b>	<b>9</b>	6	6	1 1 ?		7 2.
r9	12. 4.	9 4.	79			<b>8</b>	<b>6</b>		<b>3</b>
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Bij de 4-en is met een Skyscraper in kolom 3 en 7 of met een Empty Rectangle vanuit v9 de 4 uit r8k3 te verdrijven. Hiermee is de sudoku gekraakt. De Skyscraper en Empty Rectangle worden hier niet getoond.

In de sudoku hierboven staat een andere techniek uitgebeeld. In de lichtgrijs gearceerde vakjes staat een gebogen *kwartet* van 1, 2, 7 en 8. Vakje r8k7 kan alle vakjes van het kwartet 'zien'. We controleren of daar een 1 kan staan:  $r8k7=1 \rightarrow r8k1=2$  en  $r7k7=8$ . Nu zou je zowel in r7k9 als in r8k9 een 7 moeten plaatsen. Dat kan niet. Er kan geen 1 staan in r8k7, dus geldt  $r7k7=1$  en hiermee is de sudoku gekraakt. De oplossing staat in bijlage 2.

Bij erg moeilijke sudoku's zullen we regelmatig op zoek moeten gaan naar gebogen kwartetten. Deze zijn een stuk lastiger te vinden dan gebogen trio's.